Mathematik 1
für Maschinenbau, Material- und Fertigungstechnologie

Dipl.-Math. Rupert J. Hartung
Fachhochschule Gießen-Friedberg
WS 2005/06

Übung 12

Ausgabe: 17.1.2006 Besprechung: 24.1.2006

41. Berechnen Sie:

(a) $\int \frac{dt}{e^{at}}$, $\int \ln(4s-1)ds$, $\int \frac{du}{3u+1}$

(b) $\int_0^1 3 \cdot 2^{3t} dt$, $\int_1^3 \log_3 x dx$

(c) $\int xe^{-x^2} dx$, $\int (\cos y) \ln(\sin y) dy$

(d) $\int_1^e \ln(x^2) dx$

42. Ordnen Sie die folgenden Funktionen nach der Geschwindigkeit, mit der sie gegen ∞ streben (für $x \to \infty$).

$$\ln(3x+1), \quad x, \quad \log_3(3x+1), \quad \ln(2x+4), \quad e^{(1/2)\ln x}, \quad \ln(3e^x)$$

43. Ein Balken der Länge ℓ sei mit einer Streckenlast $q(x)$ belastet, wo x in Balkenrichtung zeigt. Die Biegelinie $w(x)$, d.h. der Abstand des verbogenen Balkens zur x-Achse, erfüllt die Gleichung

$$EIw^{(4)}(x) = q(x),$$

wo $w^{(4)}(x)$ die vierte Ableitung von w beschreibt. Die Biegesteifigkeit EI sei konstant. Berechnen Sie die Biegelinien für den Fall ...

(a) einer gleichmäßigen Belastung ($q(x) \equiv q_0$), einer Einspannung des Balkens bei $x = 0$ (d.h. $w(0) = 0$, $w'(0) = 0$) und einem freien Ende bei $x = \ell$ (d.h. $w^{(3)}(\ell) = 0$, $w''(\ell) = 0$);

(b) einer gleichmäßigen Belastung und gelenkiger Lagerung des Balkens bei $x = 0$ und $x = \ell$ (d.h. $w(0) = 0 = w(\ell)$, $w''(0) = 0 = w''(\ell)$);

(c) einer gleichmäßigen Belastung, einer Einspannung links ($w(0) = 0 = w'(0)$) sowie einer gelenkigen Lagerung rechts ($w(\ell) = w''(\ell) = 0$).

(d) Wo befindet sich jeweils die größte Durchbiegung (also das Maximum von $|w|$)?

(e) Lösen Sie (a) erneut, falls die Belastung durch $q(x) = q_0 + x$ gegeben ist.

44. Gegeben seien die Funktionen

$$f_t(x) = (\mathrm{e}^{-t^2}) \sin x.$$

(a) Berechen Sie die erste positive Nullstelle x_t von f_t, für alle t.

(b) Bestimmen Sie die Fläche zwischen dem Graphen von f_t und dem x-Achsenabschnitt von 0 bis x_t. (als Funktion von t).

(c) Für welches t wird die Fläche am größten?