

Mathematik 1
für Maschinenbau, Mechatronik, Material- und
Fertigungstechnologie

Dipl.-Math. Rupert J. Hartung
Fachhochschule Gießen-Friedberg
WS 2005/06

Probeklausur

Ausgabe: 10.1.2006

Besprechung: 17.1.2006

1. Gegeben sei der Kreis K mit Mittelpunkt $M = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und Radius $r = 3$ sowie die Familie von Geraden g_c ($c \in \mathbb{R}$) mit den Punkt-Richtungsformen

$$\vec{g}_c(t) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -c \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) **(4+2 Punkte)**. Für welche c ist g_c eine Tangente zu K , für welche eine Zentrale?
- (b) **(3 Punkte)**. Welcher Winkel entsteht zwischen g_0 und g_1 ?
2. Gegeben seien die Punkte

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} t+1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ t-1 \end{pmatrix}.$$

- (a) **(5 Punkte)**. Für welche t liegen A, B, C, D auf einer Ebene?
- (b) **(2 Punkte)**. Setzen Sie $t = -1$. Wie groß ist das Volumen des Polyeders zwischen A, B, C, D ?
3. Betrachten Sie die Funktion

$$F(t) := \begin{pmatrix} \sin(t) \\ \cos(2t) \end{pmatrix}.$$

- (a) **(2 Punkte)**. Bestimmen Sie die Periode von F .
- (b) **(3 Punkte)**. Für welche t ist $F(t) = 0$?
4. Berechnen Sie

(a) **(5 Punkte)**. $\int_0^\pi \sin\left(\frac{1}{2}x + \pi\right) dx,$

(b) **(5 Punkte)**. $\int \frac{s \cos(s^2)}{\sqrt{\sin(s^2)}} ds.$

Hinweis: Substituieren Sie $u = \sin(s^2)$.

5. Gegeben sei die Funktion

$$h(t) = \frac{\sqrt[3]{t} - 1}{t}$$

auf $]0, \infty[$.

- (a) **(6 Punkte)**. Bestimmen Sie alle Extremwerte von h . Geben Sie an, ob ein Maximum oder Minimum vorliegt und ob dieses global ist.
- (b) **(3 Punkte)**. Bestimmen Sie $\lim_{t \rightarrow 0^+} h(t)$.