

**Nachtrag zum Kräftegleichgewicht:** Die Gleichgewichtsbedingung ist unabhängig von Bezugspunkt. Der Bezugspunkt ist nach Definition der Koordinatenursprung  $\vec{0}$ ; also geht es darum, dass Gleichgewicht und Ungleichgewicht bei Verschiebung des Koordinatensystems erhalten bleibt. Wir rechnen exemplarisch den Fall:

Beh.: Wenn die Gleichgewichtsbedingung bezüglich  $\vec{0}$  erfüllt ist, dann ist sie auch bezüglich  $\vec{P}$  erfüllt.

denn: Wir nennen die wirkenden Kräfte  $\vec{F}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) und deren jeweilige Ansatzpunkte  $\vec{p}_i$ . Dann implizieren die Gleichgewichtsbedingungen bezüglich  $\vec{0}$

$$\sum_{i=1}^n F_i = \vec{0} \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^n (\vec{p}_i \times \vec{F}_i) = \vec{0}.$$

Die Gleichgewichtsbedingungen bezüglich eines beliebigen Punktes  $\vec{q}$  aber lauten dann

$$\sum_{i=1}^n F_i = \vec{0} \quad \text{und} \quad \sum_{i=1}^n ((\vec{p}_i - \vec{q}) \times \vec{F}_i) = \vec{0}.$$

Die erste Gleichung aber ist ohnehin erfüllt, da sie in der ersten Gleichgewichtsbedingung wörtlich vorkam. Um die zweite nachzuweisen, rechnen wir

$$\sum_{i=1}^n ((\vec{p}_i - \vec{q}) \times \vec{F}_i) \stackrel{\text{RR 1}}{=} \sum_{i=1}^n ((\vec{p}_i \times \vec{F}_i) - (\vec{q} \times \vec{F}_i)) \quad (1)$$

$$= \sum_{i=1}^n (\vec{p}_i \times \vec{F}_i) - \sum_{i=1}^n (\vec{q} \times \vec{F}_i) \quad (2)$$

$$\stackrel{\text{Glgw}}{=} \vec{0} - \sum_{i=1}^n (\vec{q} \times \vec{F}_i) \quad (3)$$

$$\stackrel{\text{RR 1}}{=} - \vec{q} \times \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad (4)$$

$$\stackrel{\text{Glgw}}{=} - \vec{q} \times \vec{0} = \vec{0}. \quad (5)$$

(RR 1 bezieht sich hier auf die erste Rechenregel in 9.15, Glgw auf das geltende Gleichgewicht bezüglich  $\vec{0}$ ). Also sind die geforderten Bedingungen erfüllt, und es herrscht Gleichgewicht bezüglich  $\vec{q}$ .

Wir können also das Koordinatensystem so legen, dass wir uns Rechenaufwand sparen, z.B. indem wir die komplizierteste Kraft im Nullpunkt ansetzen lassen, denn dann fällt bereits die Berechnung dieses Momentes weg.